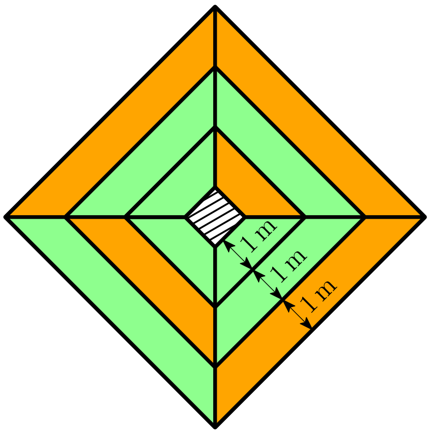
16. január 2026

Pre plný bodový zisk je nutné všetky výsledky nielen vypočítať, ale aj zdôvodniť.

Úloha 1.
Zo štvorcového pódia, ktoré má stranu dĺžky 1 meter (šrafovaný štvorec v strede), vedú zo všetkých štyroch strán schody dole. Každý schod má šírku 1 meter. Michal a Vítek zafarbili vrch každého schodu. Michal použil zelenú farbu a Vítek použil oranžovú farbu. Na obrázku môžete vidieť konečnú situáciu zhora. Kto použil viac farby?



Úloha 2.
Daný je rovnostranný trojuholník ABC. Body D, E, F a G ležia vnútri strán trojuholníka, pričom platí, že BD je kolmá na AC, DE je kolmá na BC, EF je kolmá na BD a FG je kolmá na BC. Určte pomer $|BG| : |GE| : |EC|$.

Úloha 3.
Nech $ABCD$ je lichobežník taký, že platí $AB \parallel CD$ a $AB \perp AD$. Na strane AD leží bod X taký, že platí $|AX| : |XD| = 2 : 1$ a $|\sphericalangle CXD| = |\sphericalangle AXB|$. Predpokladajme, že obsah trojuholníka BCX je rovný $16\ \mathrm{cm}^2$. Vypočítajte obsah lichobežníka $ABCD$.

Úloha 4.
Nech ABC je ostrouhlý rôznostranný trojuholník. Označme D a E postupne päty výšok z A na BC a z B na AC. Nech X a Y sú také body, že $DXEY$ je kosoštvorec a zároveň X leží na úsečke AB. Predpokladajme, že C leží vnútri $DXEY$ a platí $|\sphericalangle CAY| = |\sphericalangle AYE|$. Nájdite veľkosť uhla $\sphericalangle ABE$.

Úloha 5.
Daný je štvorec $ABCD$. Nech E je bod na priamke AD taký, že platí $|AE| = |BD|$ a D leží medzi bodmi A a E. Os úsečky CE pretne priamku CD v bode F. Zdôvodnite, prečo priamka EF je rovnobežná s uhlopriečkou BD. Platí toto tvrdenie aj keď A leží medzi bodmi D a E?

Úloha 6.
Nech $ABCD$ je konvexný[1] štvoruholník taký, že platí $|AB| = 2$, $|BC| = 1$ a $|\sphericalangle CDA| = 60°$. Určte najväčšiu možnú dĺžku uhlopriečky BD a zdôvodnite, prečo nemôže byť dlhšia.

Čas: 4 *hodiny*

[1] Mnohouholník nazývame konvexný, ak má všetky vnútorné uhly menšie ako 180°.