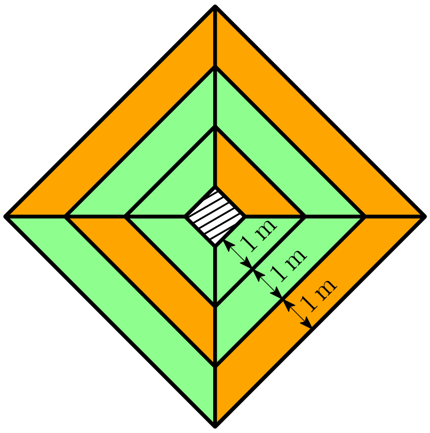
16. leden 2026

Pro získání plného počtu bodů je třeba řešení zdůvodnit, nejen vypočítat.

Úloha 1.
Máme čtvercové pódium o straně 1 metr (vyšrafovaný čtvereček uprostřed), ze které vedou do všech čtyř stran schody dolů. Každý schod je 1 metr široký. Michal a Vítek obarvili vrchní stranu každého schodu barvou. Michal použil zelenou barvu a Vítek oranžovou barvu. Na obrázku vidíte pohled shora na finální výsledek. Kdo použil více barvy?



Úloha 2.
Je daný rovnostranný trojúhelník ABC. Uvnitř jeho stran vyznačíme body D, E, F a G tak, že BD je kolmá na AC, DE je kolmá na BC, EF je kolmá na BD a FG je kolmá na BC. Určete poměr $|BG| : |GE| : |EC|$.

Úloha 3.
Nechť $ABCD$ je lichoběžník splňující $AB \parallel CD$ a $AB \perp AD$. Předpokládejme, že existuje bod X na straně AD takový, že platí $|AX| : |XD| = 2 : 1$ a $|\sphericalangle CXD| = |\sphericalangle AXB|$. Na závěr předpokládejme, že obsah trojúhelníka BCX je roven $16\ \mathrm{cm}^2$. Vypočítejte obsah lichoběžníka $ABCD$.

Úloha 4.
Je daný různostranný ostroúhlý trojúhelník ABC. Označme D a E po řadě paty výšek z A na BC a z B na AC. Uvažme body X, Y takové, že $DXEY$ je kosočtverec a X leží na úsečce AB. Předpokládejme, že C leží uvnitř čtyřúhelníka $DXEY$ a že platí $|\sphericalangle CAY| = |\sphericalangle AYE|$. Určete velikost úhlu $\sphericalangle ABE$.

Úloha 5.
Mějme čtverec $ABCD$. Na přímce AD leží bod E tak, že $|AE| = |BD|$ a D leží mezi body A a E. Osa úsečky CE protne přímku CD v bodě F. Dokažte, že přímka EF je rovnoběžná s úhlopříčkou BD. Platí toto tvrzení i když bod A leží mezi body D a E?

Úloha 6.
Nechť $ABCD$ je konvexní[1] čtyřúhelník, v němž platí $|AB| = 2$, $|BC| = 1$ a $|\sphericalangle CDA| = 60^\circ$. Najděte největší možnou délku úhlopříčky BD a dokažte, že nemůže být delší.

Čas: 4 hodiny

[1] Mnohoúhelník nazýváme konvexní, pokud jsou všechny jeho vnitřní úhly menší než 180°.