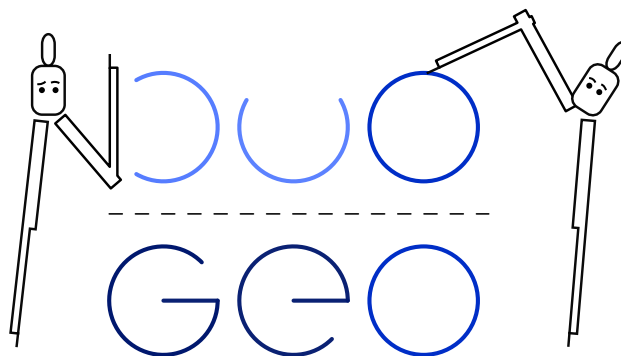


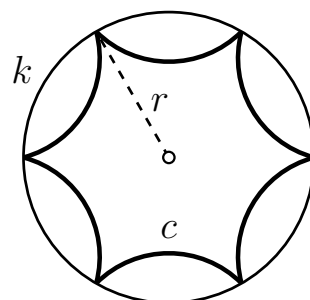


23. január 2026

Pre plný bodový zisk je nutné všetky výsledky nielen vypočítať, ale aj zdôvodniť.

Úloha 1.

Do kružnice k s polomerom r je ako na obrázku nakreslená krivka c , ktorá vznikla zjednotením šiestich zhodných štvrtkružníc. V závislosti od r vyjadrite dĺžku tejto krivky.



Úloha 2.

Daný je trojuholník ABC splňujúci $|AB| = |AC|$. Označme M stred strany BC . Nech N je bod taký, že platí $AM \parallel CN$ a $|AN| = |MN|$. Určte pomer obsahov trojuholníkov ABC a ANC .

Úloha 3.

Daný je ostrouhlý trojuholník ABC . Označme P a Q postupne stred oblúka AC neobsahujúceho B a stred oblúka AB neobsahujúceho C kružnice opísanej trojuholníku ABC . Nech R a S sú body postupne na priamkach AP a AQ také, že platí $AC \perp CR$ a $AB \perp BS$. Dokážte, že stred kružnice vpísanej trojuholníku ABC leží na priamke RS .

Úloha 4.

Nech $ABCD$ je konvexný štvoruholník taký, že v jeho vnútri existuje bod P spĺňajúci $|AP| = |AB|$, $|DP| = |DC|$, $|\angle PBA| = 2|\angle PAD|$ a $|\angle PCD| = 2|\angle PDA|$. Označme O stred kružnice opísanej trojuholníku PBC a nech M je stred úsečky OP . Dokážte, že $|MA| = |MD|$.

Úloha 5.

Nech $ABCD$ je konvexný štvoruholník taký, že existuje bod E na strane AB spĺňajúci $|\angle ADE| = |\angle DEA| = |\angle DCE|$ a $|\angle ECB| = |\angle BEC| = |\angle EDC|$. Dokážte, že jedna zo spoločných dotyčníc kružníc vpísaných trojuholníkom AED a BEC je rovnobežná s priamkou CD .

Úloha 6.

V ostrouhlom rôznostrannom trojuholníku ABC označme I stred kružnice vpísanej. Nech M je stred oblúka BC obsahujúceho bod A kružnice opísanej trojuholníku ABC . Body K a L ležia postupne na úsečkách BM a CM tak, že priamka AK je dotyčnica ku kružnici opísanej trojuholníku AIC a priamka AL je dotyčnica ku kružnici opísanej trojuholníku AIB . Dokážte, že body K, L, I ležia na jednej priamke.

Čas: 5 hodín