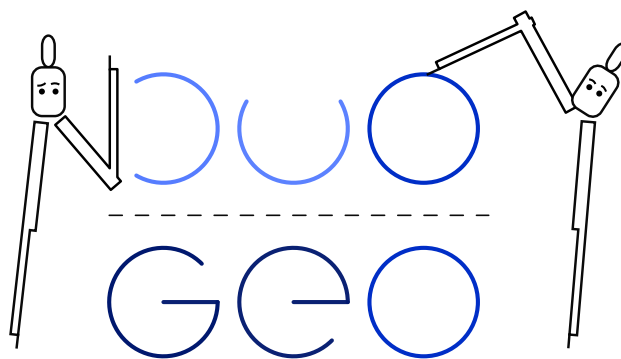


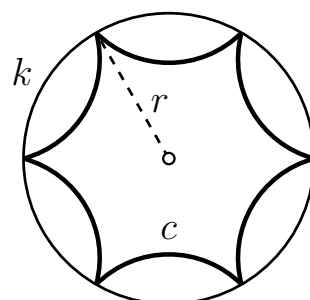


23 stycznia 2026

Aby otrzymać maksymalną liczbę punktów, należy uzasadnić poprawność odpowiedzi, a nie tylko ją podać.

Zadanie 1.

Niech k będzie okręgiem o promieniu r . Dodatkowo, jak na rysunku, narysowano 6 przystających ćwiartek okręgu, które tworzą krzywą c . Wyznaczyć długość krzywej c w zależności od r .



Zadanie 2.

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , przy czym $AB = AC$. Niech M to środek boku BC , a N to taki punkt, że $AM \parallel CN$ oraz $AN = MN$. Obliczyć stosunek pól trójkątów ABC i ANC .

Zadanie 3.

Dany jest trójkąt ostrokątny ABC . Punkty P i Q to odpowiednio środki krótszych łuków AC i AB okręgu opisanego na ABC . Punkty R i S tak leżą odpowiednio na prostych AP i AQ , że $AC \perp CR$ oraz $AB \perp BS$. Udowodnić, że środek okręgu wpisanego w trójkąt ABC leży na prostej RS .

Zadanie 4.

Dany jest taki czworokąt wypukły $ABCD$, że wewnątrz niego istnieje punkt P spełniający $AP = AB$, $DP = DC$, $\angle PBA = 2\angle PAD$ oraz $\angle PCD = 2\angle PDA$. Punkt O jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie PBC , a punkt M jest środkiem odcinka OP . Udowodnić, że $MA = MD$.

Zadanie 5.

Dany jest czworokąt wypukły $ABCD$ oraz punkt E na boku AB spełniający $\angle ADE = \angle DEA = \angle DCE$ oraz $\angle ECB = \angle BEC = \angle EDC$. Udowodnić, że jedna ze wspólnych stycznych do okręgów wpisanych w trójkąty AED i BEC jest równoległa do prostej CD .

Zadanie 6.

Punkt I jest środkiem okręgu wpisanego w różnoboczny trójkąt ostrokątny ABC . Punkt M jest środkiem łuku BAC okręgu opisanego na tym trójkącie. Punkty K i L tak leżą na odcinkach BM i CM , odpowiednio, że AK jest styczne do okręgu opisanego na trójkącie AIC , a AL jest styczne do okręgu opisanego na trójkącie AIB . Udowodnić, że punkty K , L , I są współliniowe.

Czas trwania zawodów: 5 godzin.