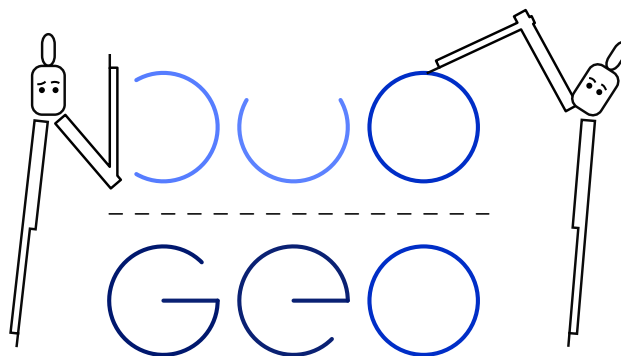


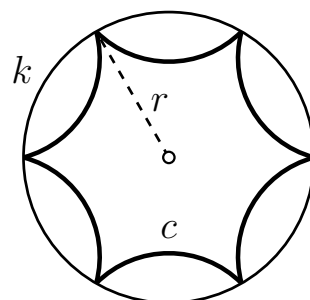


23. leden 2026

Pro získání plného počtu bodů je třeba řešení zdůvodnit, nejen vypočítat.

Úloha 1.

Do kružnice k s poloměrem r je jako na obrázku nakreslená křivka c , která vznikla sjednocením šesti shodných čtvrtkružnic. V závislosti na r vyjádřete délku této křivky.



Úloha 2.

Mějme trojúhelník ABC , ve kterém platí $|AB| = |AC|$. Označme M střed strany BC . Dále nechť N je bod takový, že $AM \parallel CN$ a $|AN| = |MN|$. Určete poměr obsahů trojúhelníků ABC a ANC .

Úloha 3.

Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC . Označme P a Q po řadě střed oblouku AC neobsahujícího B a střed oblouku AB neobsahujícího C kružnice opsané trojúhelníku ABC . Buďte R a S body po řadě na přímkách AP a AQ tak, že $AC \perp CR$ a $AB \perp BS$. Dokažte, že střed kružnice vepsané trojúhelníka ABC leží na přímce RS .

Úloha 4.

Je dán konvexní čtyřúhelník $ABCD$ takový, že uvnitř něj existuje bod P splňující $|AP| = |AB|$, $|DP| = |DC|$, $|\sphericalangle PBA| = 2|\sphericalangle PAD|$ a $|\sphericalangle PCD| = 2|\sphericalangle PDA|$. Označme O střed kružnice opsané trojúhelníku PBC a dále M střed úsečky OP . Dokažte, že $|MA| = |MD|$.

Úloha 5.

Nechť $ABCD$ je konvexní čtyřúhelník takový, že existuje bod E na straně AB splňující $|\sphericalangle ADE| = |\sphericalangle DEA| = |\sphericalangle DCE|$ a $|\sphericalangle ECB| = |\sphericalangle BEC| = |\sphericalangle EDC|$. Dokažte, že jedna ze společných tečen kružnic vepsaných trojúhelníkům AED a BEC je rovnoběžná s přímkou CD .

Úloha 6.

V ostroúhlém různostranném trojúhelníku ABC označme I střed kružnice vepsané a M střed oblouku BC obsahujícího bod A kružnice opsané trojúhelníku ABC . Body K a L leží po řadě na úsečkách BM a CM tak, že přímka AK je tečnou kružnice opsané trojúhelníku AIC a přímka AL je tečnou kružnice opsané trojúhelníku AIB . Dokažte, že body K , L a I leží na jedné přímce.

Čas: 5 hodin